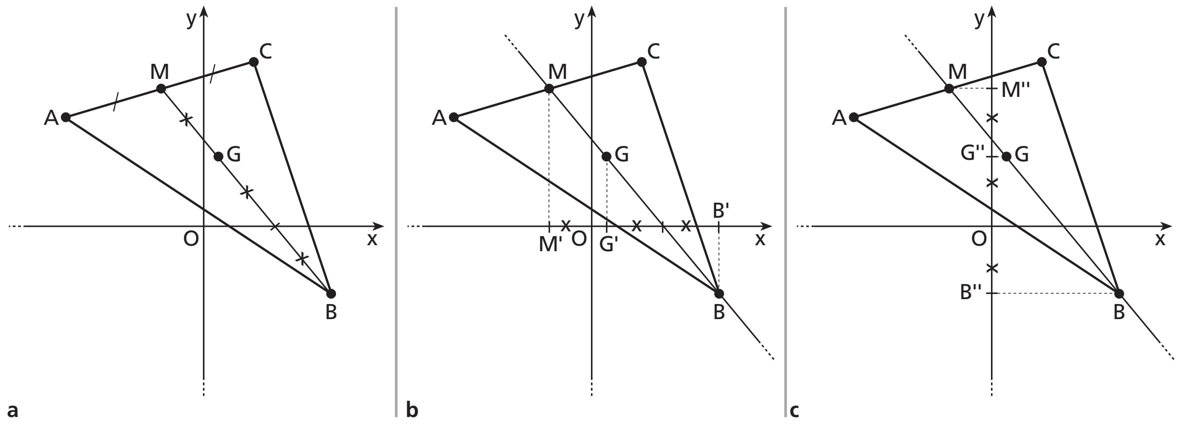
7 In un piano, riferito a un sistema di assi cartesiani ortogonali (*Oxy*), è assegnato un triangolo qualsiasi. Dimostrare le formule che esprimono le coordinate del baricentro del triangolo in funzione delle coordinate dei suoi vertici.

7 Si consideri il triangolo ABC, rappresentato in un sistema di assi cartesiani ortogonali, di vertici $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$, (figura 5a). Si vogliono calcolare le coordinate del baricentro G, punto di incontro delle tre mediane. Individuato il punto medio M del lato AC, di coordinate $x_M = \frac{x_A + x_C}{2}$ e $y_M = \frac{y_A + y_C}{2}$, si tracci la mediana BM. Per la proprietà del baricentro, vale la relazione: $\overline{BG} = 2\overline{GM}$. Si proiettino ortogonalmente i punti M, G e B sull'asse delle ascisse (figura 5b); per il teorema di Talete applicato alle parallele, MM', GG', BB' tagliate dalla trasversale MB e dall'asse x, vale la relazione: $\overline{B'G'} = 2\overline{G'M'}$. Si scriva quest'ultima utilizzando le coordinate dei punti:

$$|x_B - x_G| = 2|x_G - x_M| \quad \rightarrow \quad x_B - x_G = 2x_G - 2x_M.$$

Figura 5.



Sostituendo l'espressione di x_M trovata in precedenza, si ricava:

$$x_B - x_G = 2x_G - 2\frac{x_A + x_C}{2} \quad \rightarrow \quad x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}.$$

Alla stessa maniera, si ricava:

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}.$$

Le coordinate del baricentro G di un triangolo ABC sono: $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$ e $y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$.

